Loi exponentielle

Activité 2 p 364

1 a. Le nombre moyen est l'espérance de la variable aléatoire qui compte le nombre d'atomes radioactifs à l'instant t. Elle suit la loi binomiale $\mathcal{B}(N_0\,;p(t))$. Donc l'espérance est $E = N_0 \times p(t)$.

b. $N_0 \times p(t) = N(t) = N_0 e^{-2t}$,

donc pour tout réel $t \geqslant 0$, $p(t) = e^{-2t}$.

c. $1 - e^{-2t}$.

QCM :

44 p 384 : 1 faux – 2 faux – 3 vrai

45 p 384 : 1 c – 2 a – 3 a – 4 c

5	$P(X \leqslant 0,5)$	$P(X > 10)$
a. $\lambda = 2$	$1 - \frac{1}{e}$	e^{-20}
b. $\lambda = \frac{1}{2}$	$1 - e^{-\frac{1}{4}}$	e^{-5}
c. $\lambda = 0,1$	$1 - e^{-0,05}$	$e^{-1} = \frac{1}{e}$

La fonction $\lambda \longmapsto P(X \leqslant 0,5)$ est une fonction croissante de λ ;
La fonction $\lambda \longmapsto P(X > 10) = e^{-10\lambda}$ décroît.

6 **1** $P([0\,;3]) = 1 - e^{-3\lambda}$; d'où $e^{-3\lambda} = \frac{1}{e}$ et $\lambda = \frac{1}{3}$.
2 $P\left(\left[\frac{9}{2}\,;+\infty\right[\right) = e^{-\frac{3}{2}}$.

8 **a.** On doit résoudre $e^{-2t} = 0,75$.

D'où $t = -\frac{\ln 0,75}{2} \approx 0,14$.

b. On doit résoudre $1 - e^{-2t} = 0,5$.

D'où $t = -\frac{\ln 0,5}{2} \approx 0,35$.

c. La loi exponentielle étant sans mémoire, on doit résoudre : $P(X > t) = 0,05$, soit encore $e^{-2t} = 0,05$.

D'où $t = -\frac{\ln 0,05}{2} \approx 1,5$.

9 $P(X > E(X)) = P\left(\left]\frac{1}{\lambda}\,;+\infty\right[\right)$

$$= e^{-\lambda \times \frac{1}{\lambda}} = \frac{1}{e} \approx 0,368.$$