

### Activité 3 Aire et primitives

**Objectif :** Relier la problématique du calcul d'une aire aux calculs de primitives.

**1** Aire de  $OABC = \frac{2+3}{2} \times 2 = 5 \text{ u.a.}$

**2** Aire de  $OMNC = \frac{2 + \left(\frac{x}{2} + 2\right)}{2} \times x = \frac{x^2}{4} + 2x.$

**3 a.**  $f(x) = \frac{x}{2} + 2$ . Donc la fonction  $F$  est la dérivée de la fonction  $f$ .

**b.**  $F(2) - F(1) = \left(\frac{2^2}{4} + 2 \times 2\right) - \left(\frac{0}{4} + 0\right) = 5.$

**23** **1** a. et c.      **2** b.      **3** c.

**24** **1** Vrai.      **2** Vrai.      **3** Faux.      **4** Vrai.

**31** En utilisant deux trapèzes de hauteur 5, on a :

$$\frac{1+3}{2} \times 5 \leq \int_0^5 f(x) dx \leq \frac{1+4}{2} \times 5.$$

Donc  $10 \leq \int_0^5 f(x) dx \leq 12,5.$

### Valeur moyenne

**32** La fonction  $f$  est affine et positive sur  $[1,5 ; +\infty[$ .

► La valeur moyenne de  $f$  sur  $[2 ; 5]$  est :

$$\mu_1 = \frac{1}{5-2} \int_2^5 f(x) dx.$$

En utilisant l'aire d'un trapèze, on a :

$$\mu_1 = \frac{1}{3} \times \frac{f(2) + f(5)}{2} \times (5 - 2) = 4.$$

► La valeur moyenne de  $f$  sur  $[10 ; 20]$  est :

$$\mu_2 = \frac{1}{20-10} \int_{10}^{20} f(x) dx.$$

En utilisant l'aire d'un trapèze, on a :

$$\mu_2 = \frac{1}{10} \times \frac{f(10) + f(20)}{2} \times (20 - 10) = 27.$$