8 **a.** $\int_{-3}^{3}(x-1)^2\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}(x-1)^3\right]_{-3}^{3}$

$= \frac{1}{3}(3-1)^3 - \frac{1}{3}(-3-1)^3 = 24.$

b. La valeur moyenne est :

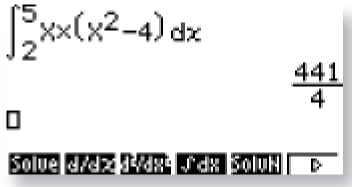
$\mu = \frac{1}{2-(-1)}\int_{-1}^{2}(x^3+x^2-x+1)\,\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{3}\left[\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x\right]_{-1}^{2} = \frac{11}{4}.$

62 **a.** $I = \int_0^1 2\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = [2\mathrm{e}^x]_0^1 = 2\mathrm{e}^1 - 2\mathrm{e}^0 = 2\mathrm{e} - 2.$

b. $I = \int_2^5 t(t^2-4)\,\mathrm{d}t = \left[\frac{1}{4}(t^2-4)^2\right]_2^5$

$= \frac{1}{4}(5^2-4)^2 - \frac{1}{4}(2^2-4)^2 = \frac{441}{4}.$



63 **a.** $I = \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{4x+1}}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{2}\sqrt{4x+1}\right]_0^2$

$= \frac{1}{2}\sqrt{4\times 2+1} - \frac{1}{2}\sqrt{4\times 0+1} = 1.$

b. $I = \int_{-1}^{3}\frac{2}{x+2}\,\mathrm{d}x = [2\ln(x+2)]_{-1}^{3}$

$= 2\ln(5) - 2\ln(1) = 2\ln(5).$

64 **a.** $I = \int_2^4 x(x^2-1)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{4}(x^2-1)^2\right]_2^4$

$= \frac{1}{4}(4^2-1)^2 - \frac{1}{4}(2^2-1)^2 = 54.$

b. $I = \int_1^5 \frac{4}{(2x+1)^2}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{-2}{2x+1}\right]_1^5$

$= \frac{-2}{11} + \frac{2}{3} = \frac{16}{33}.$

10 **a.** Soit la fonction F définie sur $[0\,;3]$ par :

$F(x) = (ax+b)\mathrm{e}^{-x}.$

Pour tout réel x de $[0\,;3]$, $F'(x) = (-ax+a-b)\mathrm{e}^{-x}.$

Donc F est une primitive de f si $\begin{cases}-a = 1\\ a-b = 0\end{cases}$, c'est-à-dire $\begin{cases}a = -1\\ b = -1\end{cases}$.

Ainsi $F(x) = (-x-1)\mathrm{e}^{-x}.$

b. En unités d'aire, l'aire du domaine jaune est :

$\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = F(3) - F(0) = 1 - 4\mathrm{e}^{-3}.$