Correction des exs du 20 mars

78 Pour tout réel x,

$$-2x^3+6x^2+8x=-2x(x+1)(x-4).$$

La fonction f représentée par la courbe $\mathscr{C}$ est donc positive sur $]-\infty\,;-1]\cup[0\,;4]$, et négative sur $[-1\,;0]\cup[4\,;+\infty[$.

Donc, en unité d'aire, l'aire de la surface colorée est :

$$\mathscr{A}=\int_{-2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{4} f(x)\mathrm{d}x.$$

Une primitive sur $\mathbb{R}$ de f étant définie par $F(x)=-\dfrac{x^4}{2}+2x^3+4x^2$, on obtient que :

$$\mathscr{A}=\frac{19}{2}+\frac{3}{2}+64=75.$$

79 L'aire de la surface colorée, en unité d'aire, est :

$$\mathscr{A}=\int_{-1}^{2}((2-x^2)-(-x))\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}(-x^2+x+2)\mathrm{d}x$$

$$=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{2}$$

$$=\left(-\frac{8}{3}+\frac{4}{2}+4\right)-\left(-\frac{-1}{3}+\frac{1}{2}-2\right)=\frac{9}{2}.$$

81 **1** Pour tout réel $x>0$, on pose $d(x)=f(x)-g(x)$.

$d(x)=x^2-\left(x^2+\dfrac{4}{x^2}\right)=\dfrac{-4}{x^2}<0$. Donc la courbe $\mathscr{C}_f$ est en-dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$ sur $]0\,;+\infty[$.

2 Soit $t\geqslant 1$. On a :

$$A(t)=\int_{1}^{t}(g(x)-f(x))\mathrm{d}x=\int_{1}^{t}\frac{4}{x^2}\mathrm{d}x$$

$$=\left[-\frac{4}{x}\right]_{1}^{t}=4-\frac{4}{t}.$$

3 $\lim\limits_{t\to+\infty}A(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}\left(4-\dfrac{4}{t}\right)=4.$