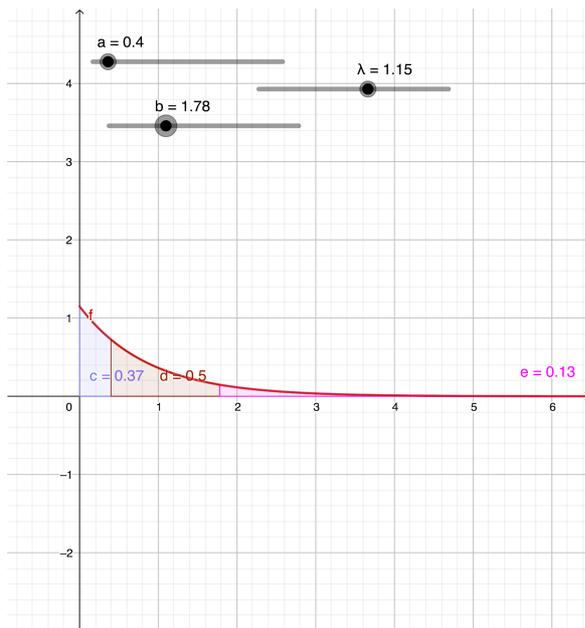


Pour modifier le document, aller dans le menu Fichier , puis cliquer sur 'créer une copie'.  
 Pour envoyer votre document, ou le faire avec un coéquipier, utiliser le bouton 'partager'

## TP sur la loi exponentielle. Avec geogebra

Un fournisseur de matériel informatique propose des petites batteries dont la durée de vie pour utilisation dite « normale » (exprimée en années) suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ .



### PARTIE A : Réalisation de la figure dynamique avec Geogebra ([ouvrir geogebra](#))

- 1) Créer un curseur  $\lambda$  variant de 0 à 2 avec un pas de 0,01.
- 2) Tracer la fonction  $f$ , densité de probabilité de la loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ , définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ . Saisir "Fonction( $\lambda e^{-\lambda x}$ , 0, +inf)"
- 3) Créer un curseur  $a$  variant de 0 à 5 avec un pas de 0,01.
- 4) Créer un curseur  $b$  variant de  $a$  à 5 avec un pas de 0,01.

5) Créer les intégrales :  $c = \int_0^a f(x) dx$  ;

$$d = \int_a^b f(x) dx ; e = \int_b^{+\infty} f(x) dx$$

- Indications :
- Saisir « intégrale[ fonction , borne inférieure , borne supérieure ] ».
  - Pour  $+\infty$ , saisir « +inf ».
  - On pourra représenter les aires avec des couleurs différentes.

6) à l'aide de l'option 'Exporter image', insérer le résultat dans ce document.

### PARTIE B Dans cette partie, on suppose que $\lambda = 0,7$ .

1) Avec le logiciel :

Soit la variable aléatoire  $X$  suivant la loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0,7$

- a) Donner la probabilité que la batterie dure au moins 2 ans :  $P(X \geq 2) \approx 0,24$
- b) Donner la probabilité que la batterie dure entre 1,5 et 3,5 ans :  $P(1,5 \leq X \leq 3,5) \approx 0,26$
- c) Donner la probabilité que la batterie dure plus de 4 ans  $P(X \geq 4) \approx 0,06$
- d) Donner la valeur de  $t$ , « demi-vie » de la batterie, telle que  $P(X \leq t) = 0,5$  si  $t \approx 0,98$

2) Sans le logiciel, vérifier les résultats d'une des quatre questions précédentes. Ecrire le calcul effectué : a)  $P(X \geq 2) = e^{(-2 \cdot 0,7)} \approx 0,25$

### PARTIE C

Dans cette partie, le fournisseur a la possibilité de modifier la valeur du paramètre  $\lambda$  en réglant son unité de production.

1) Avec le logiciel :

- a) Le fournisseur souhaite que 60% des batteries produites durent au moins 2,5 ans.

Pour modifier le document, aller dans le menu Fichier , puis cliquer sur 'créer une copie'.  
Pour envoyer votre document, ou le faire avec un coéquipier, utiliser le bouton 'partager'

Donner la ou les valeurs de  $\lambda$  qu'il peut choisir :  $\lambda = 0,2$

b) Le fournisseur souhaite maintenant que 9% des batteries produites durent entre 2 et 4 ans. Donner la ou les valeurs de  $\lambda$  qu'il peut choisir  $\lambda \approx 1,15$  ou  $\lambda \approx 0,05$

2) Sans le logiciel, vérifier les résultats de la question 1b).

Indications : Démontrer que  $\lambda$  vérifie l'équation  $-(e^{-2\lambda})^2 + e^{-2\lambda} - 0,09 = 0$

Si  $\lambda$  est la valeur tel que 9% des batteries produites durent entre 2 et 4, alors

$$\int_2^4 f(x) dx = 0,09 \text{ donc puisque } \int_2^4 f(x) dx = e^{-2\lambda} - e^{-4\lambda}, \text{ on a } e^{-2\lambda} - e^{-4\lambda} = 0,09$$

$$\text{donc } e^{-2\lambda} - e^{-4\lambda} - 0,09 = 0, \text{ or } e^{-4\lambda} = e^{-2+2\lambda} = e^{-2\lambda} * e^{-2\lambda} = (e^{-2\lambda})^2$$

$$\text{donc } \lambda \text{ vérifie l'équation } -(e^{-2\lambda})^2 + e^{-2\lambda} - 0,09 = 0$$

$$\text{Résoudre l'équation } -x^2 + x - 0,09 = 0.$$

$$\Delta = b^2 - 4*ac = 1 - 4*(-1)*(-0,09) = 0,64 > 0$$

Donc l'équation admet deux solutions :

$$x' = (-1-0,8)/(-2) = 0,9$$

$$x'' = (-1+0,8)/(-2) = 0,1$$

$$\text{On a donc } \lambda' = -1/2 * \ln(0,9) \approx 0,05$$

$$\text{Et } \lambda'' = -1/2 * \ln(0,1) \approx 1,15$$